

INTRODUCCION A LA EVALUACION DE ESTRUCTURAS EXISTENTES APLICANDO TECNICAS DE FIABILIDAD

Juan José Clemente Tirado

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Pantecnia Consulting, S.L.

Prof. Asoc. ETSICCP Universidad Politécnica de Valencia

jjclemente@pantecnia.es

Resumen

La evaluación de estructuras existentes es una disciplina de la ingeniería estructural que va ganando importancia con gran rapidez, debido al enorme incremento del parque de estructuras, al envejecimiento de las mismas y a la necesidad de prolongar su uso más allá de su vida útil dentro del concepto de desarrollo sostenible.

La evaluación de una estructura existente frente a requerimientos de seguridad y servicio, presentes y futuros, no se debería plantear con los mismos criterios que se utilizan para el dimensionamiento de una estructura similar mediante métodos semiprobabilistas, ya que estos se basan en valores esperados de acciones y resistencias y tienen en cuenta además incertidumbres relacionadas con la ejecución. En una estructura ya construida y en servicio, las incertidumbres sobre la configuración de la estructura y su comportamiento son menores (ensayos de comportamiento de los materiales, geometría, pruebas de carga, monitorización del comportamiento, etc.), por lo que dicho nivel superior de información puede ser empleada para actualizar las variables que intervienen en la evaluación de su nivel de seguridad.

El empleo de las técnicas de fiabilidad en la evaluación de estructuras existentes, basada en el tratamiento de los parámetros más representativos del comportamiento de una estructura como variables aleatorias, nos permite procesar la información actualizada de dichas variables, cuantificando la seguridad de una estructura mediante su probabilidad de fallo, por lo que constituyen una herramienta que nos proporciona una base objetiva a la hora de tomar una decisión sobre el nivel de seguridad de una estructura existente.

0. Introducción.

La necesidad de evaluar estructuras existentes puede proceder de diversas situaciones: Cambio de uso anticipado, finalización de su vida útil, chequeo frente a acciones específicas (ej. Sismo), por requerimientos de compañías de seguros y propietarios, observación de una degradación de los materiales, daños estructurales derivados de acciones accidentales, errores en el diseño o construcción, dudas sobre la seguridad estructural, mal funcionamiento en servicio (vibraciones, deformabilidad, etc.). La evaluación de estructuras existentes es una disciplina que va ganando importancia con gran rapidez, debido al enorme incremento del parque de estructuras, al envejecimiento de las mismas y a la necesidad de prolongar su uso más allá de su vida útil. Sin embargo salvo contadas excepciones, no cuenta con una normativa específica.

Los requerimientos de seguridad y servicio para el diseño de nuevas estructuras según el Método de los Estados Límites, basado en criterios semi-probabilísticos, están presentes en la mayor parte de normas y códigos. En la fase de diseño las incertidumbres de los valores de las acciones que las afectan y su comportamiento resistente se reflejan en los correspondientes coeficientes parciales de seguridad.

La evaluación de una estructura existente puede diferir mucho del diseño de una nueva estructura debido a que las incertidumbres mencionadas pueden ser mayores (ej. Degradación) o menores (ensayos de comportamiento de los materiales, geometría, pruebas de carga, monitorización del comportamiento, etc.). Es decir, se puede disponer de mucha mayor información sobre la configuración de la estructura y su comportamiento, que puede ser empleada para actualizar las variables que intervienen en la evaluación de su nivel de seguridad. La evaluación de una estructura existente frente a requerimientos de seguridad y servicio, presentes y futuros, no se debería plantear con los mismos criterios que se utilizan para el dimensionamiento de una estructura similar mediante métodos semiprobabilistas, ya que estos se basan en valores esperados de acciones y resistencias y tienen en cuenta además incertidumbres relacionadas con la ejecución.

Dado que tanto los parámetros que representan las acciones, materiales y geometría (resistencias) están sometidas a incertidumbres, los podemos considerar de forma simplificada como variables aleatorias caracterizadas por unas determinadas funciones de distribución y densidad de probabilidad. De esta forma, el fallo de una estructura o elemento estructural es un evento probabilístico con una probabilidad de ocurrencia (probabilidad de fallo) p_f , que viene determinada por la probabilidad de que se cumpla un determinado requerimiento (ej. un estado límite).

Las técnicas de fiabilidad constituyen una herramienta que nos proporciona una base objetiva a la hora de tomar una decisión sobre el nivel de seguridad de la estructura que se está analizando ya que nos permite tener en cuenta en el análisis la información actualizada de las variables que intervienen en el proceso de evaluación.

1. La Seguridad estructural

Durante muchos años se asumió en el diseño de las estructuras que las cargas y resistencias eran valores determinísticos. La resistencia de una estructura se determinaba de tal forma que excediera un determinado margen los esfuerzos producidos por las cargas, siendo el coeficiente de seguridad la relación entre ambos. En la actualidad, las Normas e Instrucciones utilizan los coeficientes parciales de seguridad sobre valores característicos de ambas variables, basados en calibraciones realizadas por técnicas probabilísticas.

Las estructuras y elementos estructurales deben ser diseñados y construidos para prestar servicio durante su *vida útil* con un coste razonable de conservación. Concretamente deben ser capaces de cumplir una serie de requerimientos relacionados tanto con el mantenimiento del servicio para el que fueron diseñadas (ELS) como con la resistencia acciones extremas y frecuentes (ELU).

A la hora de describir el comportamiento de una estructura, lo referenciamos a un conjunto de *estados límite* que separan el comportamiento adecuado (seguro) frente al indeseado (fallo). Se entiende como “fallo” cualquier estado de la estructura o parte de ella en el que se sobrepasen los requerimientos mencionados, es decir, alguno de los estados límite.

Para cada estado límite que consideremos podemos, en general, establecer un modelo de cálculo que describa el comportamiento de la estructura, que dependerá de una serie de variables básicas que lo caracterizan (propiedades de los materiales, acciones e influencias medioambientales, geometría de la estructura, etc.)

De forma conceptual, a la hora de evaluar la seguridad estructural o la aptitud para prestar un servicio estamos acostumbrados a comparar dos cantidades, de forma genérica, respuesta de la estructura (R) y sollicitación (S). Podemos “medir” nuestro nivel de seguridad o la verificación del estado límite a través de la expresión $g = R - S > 0$, donde $g = 0$ es la denominada ecuación del estado límite que estemos considerando.

Las variables presentes en las funciones que representan los estados límite son en la realidad variables estocásticas o incluso campos y procesos estocásticos (dependientes del tiempo), puesto que están sometidas a incertidumbres más o menos acusadas.

Como todos los modelos que utilizamos (modelización del comportamiento estructural, de los materiales y de las cargas) están basados en aproximaciones experimentales y teóricas, los valores de la probabilidad de fallo que se van a obtener con cualquiera de los métodos no son directamente asociables a frecuencias de fallo. Deben ser utilizados como criterio objetivo para juzgar el nivel de seguridad estructural.

Existen diversos métodos para cuantificar el nivel de seguridad de una estructura o elemento estructural:

Nivel I. Uso de valores nominales de los parámetros más significativos y coeficientes de seguridad, previamente calibrados con métodos probabilistas más o menos simplificados, que cubren su posible variabilidad. Es el método utilizado en las diferentes Normas y Códigos de carácter semiprobabilista a través de los coeficientes parciales de seguridad.

Nivel II. Las variables más representativas se tratan como variables aleatorias, con unas distribuciones de probabilidad simplificadas (Ej. Normal). El nivel de seguridad de la estructura o elemento estructural se cuantifica a partir de una probabilidad de fallo calculada a través de simplificaciones y métodos aproximados como el FORM y SORM.

Nivel III. Todas las variables que intervienen en la evaluación de la estructura se consideran variables aleatorias. El nivel de seguridad se cuantifica a través de su probabilidad de Fallo, calculada de forma “exacta” mediante técnicas de integración numérica (IN) o MonteCarlo a partir de funciones de densidad de probabilidad muy aproximadas a la realidad.

Nivel IV. Las consecuencias (evaluadas como coste, económico y social) del fallo de una estructura son también tenidas en cuenta y el riesgo (consecuencias multiplicadas por la probabilidad de fallo) es utilizado como medida de la fiabilidad. De esta forma, se pueden comparar e incluso optimizar las diferentes soluciones en un entorno económico teniendo en cuenta las incertidumbres, costes y beneficios.

2. Fiabilidad.

El análisis de fiabilidad de estructuras se puede utilizar en diversos contextos: estimación de la fiabilidad de una nueva estructura como alternativa al diseño basado en los métodos de Nivel I, estimación de la fiabilidad de una estructura existente y como estimación de la probabilidad de supervivencia en un periodo de tiempo dado. En los dos primeros casos, el análisis se basa en el modelo capacidad-demanda R-S, es decir, partiendo de los principios del análisis mediante estados límite, de forma general, en la evaluación del comportamiento de una estructura o elemento estructural se considera una respuesta resistente de la misma (R) frente a unas determinadas sollicitaciones (S). Podemos “medir” nuestro nivel de seguridad o la verificación del estado límite a través de la expresión $g = R - S > 0$, donde $g = 0$ es la denominada ecuación del estado límite que estemos considerando.

2.1. Planteamiento General de la Fiabilidad

Dado que tanto los parámetros que representan las acciones, materiales y geometría están sometidas a incertidumbres, los podemos considerar de forma simplificada como variables aleatorias caracterizadas por unas determinadas funciones de distribución y densidad de probabilidad.

De esta forma, el fallo de una estructura es un evento probabilístico con una probabilidad de ocurrencia (probabilidad de fallo) p_f , que viene determinada por la probabilidad de que S sea mayor que R :

$$p_f = \text{prob}\{(R - S) < 0\} = \text{prob}\{g < 0\}$$

donde, S y R son variables aleatorias asociadas con las solicitaciones y resistencias o respuesta de la estructura respectivamente y $g = R - S$ es la función del estado límite que se esté considerando, $g \leq 0$ corresponde al estado de fallo y $g > 0$ al estado seguro ($g = 0$ es la denominada función o superficie de fallo o del estado límite).

Dado que R y S son en realidad funciones de otras variables aleatorias básicas X_i , la probabilidad de fallo también puede expresarse como:

$$p_f = \text{prob}\{g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0\}$$

Si una variable aleatoria X_i la caracterizamos mediante una función de distribución $F_{X_i}(s)$, que representa la probabilidad de que X_i sea menor o igual que un determinado valor s , y una función de densidad de probabilidad (si la tiene) $f_{X_i}(s)$, definidas como:

$$F_{X_i} = \text{prob}\{X_i \leq s\} \quad f_{X_i}(s) = \frac{d}{ds} F_{X_i}(s)$$

la probabilidad de fallo, se puede expresar entonces como la integral volumétrica extendida al dominio de fallo $g \leq 0$:

$$p_f = \int_{g(X_i) \leq 0} dF_{X_i}(s) = \int_{g(X_i) \leq 0} f_{X_i}(s) ds$$

La resolución de esta integral de forma numérica para funciones $g(X_i)$ complejas requiere un gran esfuerzo computacional. Se han desarrollado técnicas específicas, bien analíticas o numéricas (FORM – *First Order Reliability Method*, SORM – *Second Order Reliability Method*, Integración numérica de la función límite, técnicas de MonteCarlo, DARS, etc.).

Es decir, desde un enfoque probabilista, para el cálculo de p_f , se necesita en primer lugar conocer las funciones de densidad de probabilidad que representen las incertidumbres de las variables X_i y en segundo lugar calcular la probabilidad de fallo mediante alguno de las técnicas mencionadas.

Una vez realizado el análisis probabilística, la evaluación del nivel de seguridad de la estructura o parte de ella se puede expresar:

$$p_f = \text{prob}\{g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0\} < p_{f,adm}$$

donde $p_{f,adm}$ es el valor admisible de la probabilidad de fallo.

La fiabilidad de una estructura o probabilidad de supervivencia p_s respecto a un determinado estado límite es el complementario de la p_f :

$$p_s = 1 - p_f$$

El índice de fiabilidad β , relacionado con la p_f es el valor estándar con el que se mide la fiabilidad, y se define como:

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) = \Phi^{-1}(p_s) \quad \text{o bien} \quad p_f = \Phi(-\beta)$$

donde Φ es la inversa de la distribución Normal.

p_f	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-5}
β	1.3	2.3	3.1	3.7	4.2	4.7	5.2

Tabla 1. Relación entre β y p_f

Si las variables que representan a R y S se consideran caracterizadas mediante distribución Normal o log-Normal, entonces β se puede obtener fácilmente:

$$\text{Normal: } \beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad \text{log-Normal: } \beta = \frac{\ln(\frac{\mu_R}{\mu_S})}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}}$$

donde μ , σ^2 y V representan la media, varianza y coeficiente de variación de R y S .

Además de las incertidumbres en las variables que representan acciones y resistencias X_i , en la mayor parte de los casos reales no se dispone una completa información estadística de dichas variables aleatorias básicas X_i , y además $g(X_i)$ es una función que modeliza matemáticamente un cierto estado límite (modelos de comportamiento del material y análisis estructural) y está por tanto también sometida a incertidumbres. Dichas incertidumbres asociadas a la información estadística y los modelos se pueden tener en cuenta mediante un vector Q de parámetros aleatorios, de tal forma que la función del estado límite se representa como $g(X_i, Q)$. De esta forma la probabilidad de fallo condicionada a un conjunto dado de parámetros $Q = \theta$ se expresa:

$$p_f(\theta) = \text{prob}\{g(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta_1, \dots, \theta_m) < 0\} = \int_{g(X_i, \theta) \leq 0} f_{X_i|\theta}(s|\theta) ds$$

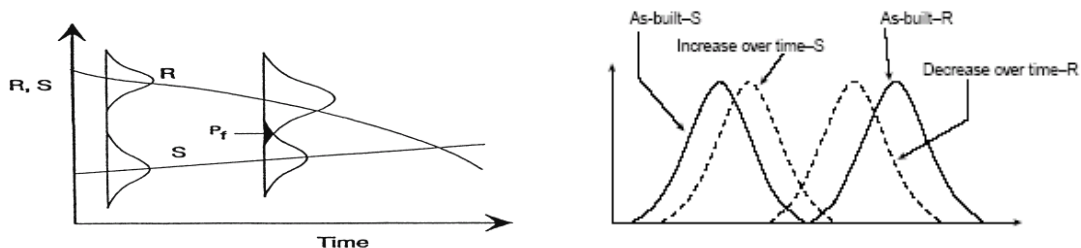
Donde $f_{X_i|\theta}(s|\theta)$ es la función de densidad de probabilidad condicionada de X_i dado un conjunto de $Q = \theta$.

2.2. Dependencia del Tiempo

S y R son en realidad funciones de variables X_i dependientes del tiempo, por lo que se convierten en procesos estocásticos. Por ejemplo, R puede cambiar debido a la deterioración de los materiales y S debido al incremento de las cargas de tráfico; también puede ocurrir lo contrario, es decir que se incremente el valor de la resistencia mediante un refuerzo o disminuye el valor de la sollicitación por un cambio de uso.

Por ello, tanto la función límite g como la probabilidad de fallo p_f son función del tiempo. La probabilidad de fallo para un periodo de tiempo t ($0 < \tau \leq t$) se expresa:

$$p_f(t) = \text{prob}\{(R(\tau) - S(\tau)) < 0\}_{\tau \leq t} = \text{prob}\{g(\tau) < 0\}_{\tau \leq t}$$



que se puede expresar como la integral volumétrica extendida al dominio de fallo $g(X_i(t)) \leq 0$:

$$p_f = \int_{g(X_i(t)) \leq 0} dF_{X_i(t)}(s(t)) = \int_{g(X_i(t)) \leq 0} f_{X_i}(s(t)) ds(t)$$

En los problemas de fiabilidad dependientes del tiempo, interesa normalmente conocer la p_f en un determinado intervalo de tiempo, normalmente $[0, t_{lim}]$ o bien predecir cuando $S(t)$ se cruza con $R(t)$ por primera vez. Otro tipo de problemas que necesitan un análisis de fiabilidad dependiente del tiempo son aquellos que tiene en cuenta los procesos de deterioración de los materiales y la acumulación de daños.

Debido a la complejidad matemática que representa la introducción del tiempo, las funciones de densidad de probabilidad pueden ser transformadas en funciones no dependientes del tiempo, realizando el análisis de fiabilidad para un periodo de tiempo de referencia, normalmente la vida útil de servicio t_L : $p_f(t_L) = \text{prob}\{(R(t_L) - S(t_L)) < 0\}$. Para ello las funciones de densidad de probabilidad de las acciones son convertidas en distribuciones de valores extremos tipo Gumbel, Weibull o Frechet.

2.3. Fiabilidad del Sistema

En los apartados anteriores se ha planteado la fiabilidad de un determinado componente estructural frente a un determinado estado límite. Una estructura es un sistema formado por un cierto número n de elementos estructurales, que componen un sistema. Hay dos tipos básicos de sistemas: paralelos y en serie.

Sistemas en Serie. Son aquellos en los que el sistema falla si lo hace cualquiera de sus componentes. Si $p_f(i)$ es la probabilidad de fallo de un elemento o componente i , , la probabilidad de fallo del sistema viene determinada por:

$$\max(p_f(i) \leq p_f \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_f(i)))$$

donde el límite inferior ocurre si los modos de fallo están perfectamente correlacionados ($\rho=1$) y el superior cuando son estadísticamente independientes

Sistemas en Paralelo. Son aquellos en los que el sistema no falla hasta que no lo hacen todos sus componentes (redundantes). Si $p_{f,i}$ es la probabilidad de fallo de un elemento o componente, la probabilidad de fallo del sistema viene determinada por:

$$\prod_{i=1}^n p_f(i) \leq p_f \leq \min(p_f(i))$$

donde el límite superior ocurre si los modos de fallo están perfectamente correlacionados ($\rho=1$) y el inferior cuando son estadísticamente independientes

La fiabilidad de determinados subsistemas o elementos de una determinada estructura puede gobernar la fiabilidad de la misma. Por ello es necesario desarrollar medios para caracterizar y comparar la probabilidad de fallo de los diversos elementos a fin priorizar las operaciones de inspección y en su caso, refuerzo.

3. Metodología del Análisis de Fiabilidad

La metodología a seguir para evaluar la fiabilidad de un determinado elemento estructural frente a un modo de fallo concreto es la siguiente (JCSS, 2001):

1. Selección del estado límite y su función correspondiente.
2. Seleccionar el periodo de referencia para el que se va a realizar la evaluación

3. Seleccionar las variables básicas más representativas del fenómeno y asignarles unas funciones de probabilidad y sus parámetros mediante ajuste.
4. Calcular el índice de fiabilidad β y la p_f .
5. Decisión sobre el valor admisible de la probabilidad de fallo para el caso concreto y su comparación con los valores calculados de la p_f .

El paso (1) es el mismo que en un análisis determinista. La selección del periodo de referencia (2) es necesaria para la modelización probabilística de determinadas variables, como se verá mas adelante. El paso (3) es clave, tanto a nivel de selección de las variables básicas como su modelización, y se comenta con mas detalle en el apartado siguiente. El paso (4) se realiza en función de la complejidad del problema con métodos analíticos o numéricos más o menos aproximados, como los comentados anteriormente. La decisión (5) del valor a adoptar de la β_{adm} y la $p_{f,adm}$ en cada caso se comenta en apartados posteriores. Es importante realizar un estudio de sensibilidad de los resultados previo a la toma de decisión.

En el análisis de fiabilidad de una estructura o elemento estructural frente a una determinada forma de fallo, es decir un estado límite, es muy importante la selección del número de variables que realmente sean representativas del fenómeno, a fin de no complicar innecesariamente la resolución del problema. Dichas variables mas representativas pueden ser diferentes de un elemento estructural a otro dentro de la misma estructura o en el mismo elemento para diferentes estados límite. Hay determinadas variables que en la practica se asumen con un grado de incertidumbre despreciable, y por tanto, las tendremos en cuenta como valores deterministas y no como variables aleatorias.

4. Modelización probabilística de las variables.

Las incertidumbres que afectan a la evaluación de una estructura pueden ser de diferentes tipos: Físicas o mecánicas (intrínsecas, materiales y acciones; modelizadas mediante el uso de variables aleatorias), de medida (errores en la medición de cantidades físicas), estadísticas (debidas a una información limitada) y del modelo (por las aproximaciones de los modelos de comportamiento estructural y resistente).

Las incertidumbres físicas se tienen en cuenta mediante el uso de variables aleatorias a las que se le asigna una determinada distribución de probabilidad y sus correspondientes parámetros. En los párrafos siguientes se presentan algunos comentarios y recomendaciones sobre la modelización probabilística de las propiedades de materiales, acciones y geometría.

A la hora de elegir el tipo de distribución de probabilidad que mejor se adecue a las incertidumbres físicas de las variables aleatorias, se suele seguir el siguiente procedimiento (JCSS, 2001):

1. Basado en la experiencia para tipos de variables similares, se elige un grupo de distribuciones posibles.
2. Obtener mediante una campaña de ensayos u observaciones un número razonable de valores, asegurando que forman un grupo homogéneo.
3. Obtener los parámetros de las distribuciones posibles seleccionadas a partir de los datos reales obtenidos (ajuste mínimos cuadrados, ajuste gráfico, método de la máxima probabilidad, etc.).
4. Comparar los datos reales con las distribuciones propuestas y ver el grado de ajuste (de forma gráfica, histograma vs. f_{Xi} o tests de ajuste como el Chi-cuadrado o Kolmogorov-Smirnov).

4.1. Materiales.

La caracterización de los materiales consiste en un modelo matemático y sus correspondientes variables aleatorias (ej. Modelo de fluencia y coeficiente de fluencia, resistencia característica del hormigón). El tipo de distribución de probabilidad con la que se modelizan y sus parámetros se

suelen obtener de distribuciones establecidas de variables similares, procedentes de grandes ensayos de materiales. Normalmente se utiliza una distribución log-normal. En una estructura existente, caso de tener dudas sobre los materiales de la estructura a analizar se realizará una campaña de ensayos.

Las propiedades de los materiales varían en el espacio de forma aleatoria

4.1.1. Hormigón

La propiedad de referencia del hormigón es su resistencia a la compresión a los 28 días, $f_{c,28}$. Otras características están relacionadas con ella, como el módulo de elasticidad, resistencia a tracción, deformación de rotura, resistencia a compresión a t días, etc.

El modelo probabilístico de la resistencia del hormigón se puede plantear con las siguientes expresiones, según JCSS (JCSS, 2001):

$$f_{c,ij} = \alpha(t, \tau)(f_{c,28ij})^\lambda Y_{1j} \quad f_{c,28ij} = \exp(U_{ij}\Sigma_j + M_j)$$

donde,

- $f_{c,ij}$ es la resistencia a compresión del hormigón en un punto i de una estructura j .
- $f_{c,28ij}$ es la resistencia a compresión del hormigón a 28 días obtenida del ensayo normalizado ISO 2736 e ISO 3893. Se modeliza como una variable log-normal con parámetros M y Σ .
- $\alpha(t, \tau)$ es una función determinista que tiene en cuenta la edad del hormigón en el momento de carga t (días) y la duración de la carga τ (días). En la mayor parte de las aplicaciones y entornos climáticos normales, se expresa como: $\alpha(t, \tau) = 0.8(0.6 + 0.12 \ln(t))$.
- $Y_{1,j}$ es una variable log-normal que representa las posibles variaciones de condiciones de curado, fraguado y puesta en obra en la estructura j .
- λ es una variable log-normal de media 0.96 y coeficiente de variación 0.005.
- M_j es la media logarítmica de los valores obtenidos de $f_{c,28}$ en la estructura j .
- Σ_j es la desviación standard logarítmica de los valores obtenidos de $f_{c,28}$ en la estructura j .
- U_{ij} variable normal Standard que representa la variabilidad dentro de la estructura

El resto de propiedades básicas del hormigón:

$$f_{ct,ij} = 0.3 f_{c,ij}^{2/3} Y_{2j}$$

$$E_{c,ij} = 10.5 f_{c,ij}^{1/3} Y_{3j} (1 + \beta_d \phi(t, \tau))^{-1}$$

$$\varepsilon_{u,ij} = 6 \cdot 10^{-3} f_{c,ij}^{-1/6} Y_{4j} (1 + \beta_d \phi(t, \tau))$$

donde,

- $\phi(t, \tau)$ es el coeficiente de fluencia, considerado como valor determinista
- β_d es el ratio entre la carga permanente y la carga total y dependiente del tipo de estructura. Normalmente varía entre 0.6 y 0.8.
- Y_{2j} a Y_{4j} son variables log-normal que reflejan la variación de factores no recogidos por la resistencia a compresión (tipo y tamaño de áridos, composición del cemento, etc.)

Las distribuciones de las variables Y_{kj} se obtienen de la tabla 2:

Variable	Distribution type	Mean	Coefficient of variation	Related to
Y_{1j}	LN	1.0	0.06	compression
Y_{2j}	LN	1.0	0.30	tension
Y_{3j}	LN	1.0	0.15	E-modulus
Y_{4j}	LN	1.0	0.15	ultimate strain

Tabla 2. Parámetros y FDP de Y_{kj} (JCSS, 2001)

Una aproximación a la distribución de la resistencia a compresión del hormigón $f_{c,28ij}$ es caracterizándola como log-normal, con media m y desviación estándar $s = \sqrt{\frac{n'v'}{(n'-1)(v'-2)}}$, donde los valores de los parámetros para las calidades mas habituales de hormigón se obtienen de la siguiente tabla 3:

Concrete type	Concrete grade	Parameters			
		m'	n'	s'	v'
Ready mixed	C15	3.40	3.0	0.14	10
	C25	3.65	3.0	0.12	10
	C35	3.85	3.0	0.09	10
	C45	3.98	3.0	0.07	10
	C55	-	-	-	-
Pre-cast elements	C15	-	-	-	-
	C25	3.80	3.0	0.09	10
	C35	3.95	3.0	0.08	10
	C45	4.08	4.0	0.07	10
	C55	4.15	4.0	0.05	10

Tabla 3. Parámetros para la distribución de la resistencia a compresión (f_c en MPa) (JCSS, 2001)

4.1.2. Acero para armar.

La propiedad de referencia del acero para armar es el límite elástico, f_y . El módulo de elasticidad se puede considerar constante en el tramo elástico.

El modelo probabilístico de las características más relevantes del acero para armar se basa en una distribución Normal con los parámetros indicados en la siguiente tabla 4 (JCSS, 2001):

Quantity	Mean	σ	C.o.V.	ρ_{ij}			
				1.00	0.50	0.35	0
Bar area [mm ²] Area	Nom.	-	0.02				
Yield stress [MPa]	$S_{nom} + 2\sigma$	30	-		1.00	0.85	-0.50
Ultimate strength [MPa]	-	40	-	sym		1.00	-0.55
δ_{10} [%]	-	-	0.09				1.00

Tabla 4. Parámetros de las características más relevantes del acero para armar (JCSS, 2001)

4.1.3. Otros materiales.

Acero estructural. Las propiedades de referencia del acero estructural son el límite elástico, f_y , resistencia última f_u , el módulo de elasticidad E_a , el coeficiente de Poisson ν y la deformación última ϵ_u . El módulo de elasticidad puede considerar constante en el tramo elástico.

El modelo probabilístico de las características más relevantes del acero estructural se basa en una distribución log-Normal con los parámetros indicados en la siguiente tabla 5, en los que el subíndice “sp” representa los valores nominales (JCSS, 2001):

Property	Mean Value, E[.]	COV, ν
f_y	$f_{y,sp} \cdot \alpha \exp(-u \cdot \nu) - C$	0.07
f_u	$B \cdot E[f_i]$	0.04
E	E_{sp}	0.03
ν	ν_{sp}	0.03
ϵ_u	$\epsilon_{u,sp}$	0.06

Tabla 5. Parámetros de las características más relevantes del acero estructural (JCSS, 2001)

Fábricas antiguas. El modelo probabilístico del material homogeneizado que representa a los materiales constituyentes de las fábricas antiguas (mortero y ladrillo o sillar) se indican en la siguiente tabla 6 (Schueremans y Van Gemert, 2001), donde se presentan las características más relevantes para su caracterización con las distribuciones de probabilidad y sus parámetros:

material property	Unit	Mean μ	Stdev s	PDF	
elastic	E	[N/mm ²]	1600	120	N
	ν	[Nmm/mm ²]	0.19	0.06	LN
	G	[N/mm ²]	748	108	LN
compression	f_c	[N/mm ²]	4.50	0.85	LN
	G_{fc}	[Nmm/mm ²]	2.73	0.60	LN
shear	c	[N/mm ²]	0.50	0.15	LN
	$\tan(f)$	/	0.81	0.15	LN
	$G_{f,t}$	[Nmm/mm ²]	1.32	0.76	LN
tension	f_t	[N/mm ²]	0.28	0.10	LN
	$G_{f,t}$	[Nmm/mm ²]	0.05	0.03	LN

Tabla 6. Propuesta de funciones de distribución y parámetros para caracterizar fábricas (Schueremans and Van Gemert, 2001)

4.2. Geometría.

Las variaciones en las dimensiones de elementos estructurales suelen ser de pequeña envergadura; no así los derivados de la construcción o el montaje de los mismos, que pueden tener grandes coeficientes de variación.

Habitualmente se utiliza una distribución Normal o log-normal. Si la variable esta oculta físicamente (ej. Armaduras de acero pasivo) puede ser apropiada una distribución truncada

Dimensiones de elementos de hormigón. Las desviaciones dimensionales de una dimensión X se caracterizan mediante las variaciones de una variable Y respecto del valor nominal: $Y = X - X_{nom}$. El modelo probabilístico de las variaciones dimensionales externas de la sección de hormigón se basa en una distribución Normal con los parámetros indicados a continuación (media μ_Y y desviación típica σ_Y) (JCSS, 2001):

$$0 \leq \mu_Y = 0.003X_{nom} \leq 3mm \quad \sigma_Y = 4mm + 0.006X_{nom} \leq 10mm$$

Para los recubrimientos, se pueden utilizar los parámetros de la tabla 7 (JCSS, 2001):

Posición	Media	Desviación típica
Superior	$5mm \leq \mu_Y \leq 15mm$	$5mm \leq \sigma_Y \leq 15mm$
Inferior	$-20mm \leq \mu_Y \leq 20mm$	$\sigma_Y \cong 5mm$
Canto útil	$\mu_Y \cong 10mm$	$\sigma_Y \cong 10mm$

Tabla 7. Parámetros para caracterizar recubrimientos en Hormigón armado (JCSS, 2001)

4.3. Acciones.

Se clasifican en tres grupos según su variación temporal (permanentes, variables y accidentales) y espacial (fijas y libres), en función de si actúan sobre un punto determinado de la estructura o son variables en el espacio. En cuanto a su tipología, pueden ser tanto cargas (fuerzas puntuales o repartidas), acciones indirectas (desplazamientos impuestos o efectos térmicos) como ambientales

(aquellas que pueden causar variaciones en el tiempo en las propiedades o dimensiones de la estructura)

El modelo que representa una acción consiste en un conjunto de variables que definen su magnitud, posición, dirección, duración, etc., y en su caso la interacción con otras cargas e incluso con la estructura. Cada una de estas variables se debe modelizar probabilísticamente de la forma mas adecuada, de tal forma que el modelo final de la acción se obtiene a partir de los modelos individuales de las acciones que la caracterizan.

La modelización de ciertos tipos de acciones puede resultar farragosa, dado que deben representar las variaciones temporales y espaciales así como las interacciones y correlaciones entre acciones (ej. Nieve y viento, tráfico y viento en un puentes, etc.). En la bibliografía científica existe abundante información sobre modelos propuestos para representar gran parte de los casos mas habituales. A continuación se presentan a modo de ejemplo para algunos tipos de acciones las funciones de probabilidad y sus parámetros (JCSS, 2001).

4.3.1. Peso Propio.

Las cargas permanentes presentan en general una variación en el tiempo alrededor del valor medio suele pequeña y lenta (peso propio, cargas muertas, empuejes terreno) o tendente hacia un valor límite (pretensado, deformaciones impuestas, retracción, fluencia, asentos, etc.). Generalmente consisten en la suma de varias variables individuales, por lo que se suelen representar con una distribución Normal. El modelo básico de peso propio se define:

$$G = \int_{Vol} \gamma \cdot dV \approx \gamma \cdot V$$

donde V es el Volumen y γ es el peso específico del material. En el caso de un material sensiblemente homogéneo, se puede asumir la expresión aproximada.

Las funciones de densidad de probabilidad de los pesos específicos y dimensiones de un elemento estructural se ajustan normalmente a una distribución Gaussiana, con los siguientes parámetros (Tabla 8):

Structure or structural member	Mean value	Standard deviation
Rolled steel		
steel profiles, area A	$0.01 A_{nom}$	$0.04 A_{nom}$
steel plates, thickness t	$0.01 t_{nom}$	$0.02 t_{nom}$
Concrete members ²⁾		
$a_{nom} \leq 1000$ mm	$0.003 a_{nom}$	$4 + 0.006 a_{nom}$
$a_{nom} \geq 1000$ mm	3 mm	10 mm
Masonry members		
unplastered	$0.02 a_{nom}$	$0.04 a_{nom}$
plastered	$0.02 a_{nom}$	$0.02 a_{nom}$
Structural timber		
sawn beam or strut	$0.05 a_{nom}$	2 mm
laminated beam, planed	≈ 0	1 mm

Material	Mean value [kN/m ³]	Coefficient of variation
Steel	77	< 0.01
Concrete		
Ordinary concrete ³⁾	24	0.04
High strength concrete	24-26 ⁴⁾	0.03
Lightweight aggregate concrete	⁴⁾	0.04-0.08
Cellular concrete	⁴⁾	0.05-0.10
Heavy concrete for special purposes	⁴⁾	0.01-0.02
Masonry	-	≈ 0.05
Timber ³⁾		
Spruce, fir (Picea)	4.4	0.10
Pine (Pinus)	5.1	0.10
Larch (Larix)	6.6	0.10
Beech (Fagus)	6.8	0.10
Oak (Quercus)	6.5	0.10

Tabla 8. Media y coeficiente de variación de la densidad (der.) y volumen de diferentes materiales (izq.). (JCSS, 2001)

donde A_{nom} , a_{nom} y t_{nom} son los valores nominales de las dimensiones representados en los planos.

Otros valores de los parámetros del modelo para cargas permanentes de puentes (Nowak, 1991, 1993) son: Elementos prefabricados ($\lambda=1.03$ y coeficiente de variación $V=0.08$), Elementos hormigonados in situ ($\lambda=1.05$ y coeficiente de variación $V=0.10$) y aglomerados asfálticos (media=80mm y coeficiente de variación $V=0.30$), donde λ es el factor de desviación (ratio de la media y el valor nominal).

4.3.2. Sobrecargas de Uso.

Las variables que representan las sobrecargas de uso, así como otro tipo de acciones (viento, sismo, impacto, etc.) son altamente dependientes del tiempo y el espacio, es decir son procesos o campos estocásticos. A la hora de dimensionar o evaluar una estructura nos interesan en general los valores extremos. Para ello las funciones de densidad de probabilidad de las acciones pueden ser convertidas en distribuciones de valores extremos tipo Gumbel o Frechet, con lo que se puede realizar un análisis independiente del tiempo, con todas las ventajas matemáticas que ello conlleva. Se pueden encontrar abundantes referencias sobre las fdp y sus parámetros en sobrecargas de uso en edificación (Chalk et al., 1980; Corotis and Doshi, 1977; Ellingwood and Culver, 1977; Harris et al., 1981; Peir and Cornell, 1973; McGuire and Cornell, 1974), acción de viento (Simiu and Filiben, 1980; Simiu et al, 1978), y en puentes (Der Kiureghian, 1980; Kasperski and Holmes, 1999; NBS 577, 1978; NBS 110, 1978; Naes and Leira, 1999).

Puentes. Las sobrecargas de Uso son producidas por los vehículos que se desplazan sobre el puente. Su efecto depende de muchos parámetros, incluyendo las luces, el peso de los vehículos, reparto por ejes, número de vehículos sobre el puente, rigidez de los diferentes elementos estructurales, etc.

El modelo estadístico para las sobrecargas de uso en puentes de carretera según la IAP se puede encontrar en la bibliografía científica, basado en simulaciones analíticas del tráfico (Crespo and Casas, 1997). Lo mismo ocurre con otras normativas, AASHTO (Nowak, 1994) y EC1 (Nowak, Chan-Hee, Casas, 2000).

Edificación. Las sobrecargas de uso pueden variar en el tiempo y el espacio de forma aleatoria. El valor nominal de las sobrecargas de uso a aplicar en una Edificación también depende del tipo de uso de la misma. Los parámetros estadísticos de las sobrecargas de uso a considerar dependen también del área considerada, la variación temporal de la carga y el periodo en el que se considera aplicada la carga. En la tabla 9 se propuestos por el JCSS (JCSS, 2100):

Type of use	Sustained Load					Intermittent Load			
	A_o [m ²]	m_q [kN/m ²]	σ_s [kN/m ²]	σ_{st} [kN/m ²]	$1/\lambda$ [a]	m_p [kN/m ²]	$\sigma_{I'}$ [kN/m ²]	$1/\nu$ [a]	d_p [d]
Office	20	0.5	0.3	0.6	5	0.2	0.4	0.3	1 - 3
Lobby	20	0.2	0.15	0.3	10	0.4	0.6	1.0	1 - 3
Residence	20	0.3	0.15	0.3	7	0.3	0.4	1.0	1 - 3
Hotel guest room	20	0.3	0.05	0.1	10	0.2	0.4	0.1	1 - 3
Patient room	20	0.4	0.3	0.6	5 - 10	0.2	0.4	1.0	1 - 3
Laboratory	20	0.7	0.4	0.8	5 - 10				
Libraries	20	1.7	0.5	1.0	>10				
School classroom	100	0.6	0.15	0.4	>10	0.5	1.4	0.3	1 - 5
Merchant/retail:									
first floor	100	0.9	0.6	1.6	1 - 5	0.4	1.1	1.0	1 - 14
upper floor	100	0.9	0.6	1.6	1 - 5	0.4	1.1	1.0	1 - 14
Storage	100	3.5	2.5	6.9	0.1-1.0				
Industrial:									
light	100	1.0	1.0	2.8	5 - 10				
heavy	100	3.0	1.5	4.1	5 - 10				
Concentration of people	20					1.25	2.5	0.02	0.5

Tabla 9. Parámetros para la modelización probabilística de Sobrecargas de Uso en Edificios. (JCSS, 2001)

4.4. Incertidumbres del modelo.

Para calcular la respuesta de una estructura con ciertas propiedades (variables aleatorias) sometida a unas acciones (variables aleatorias) se utilizan modelos de cálculo, tanto a la hora de cuantificar el efecto de las acciones en la estructura (ej. cálculo de esfuerzos) como la resistencia (ej. cálculo seccional).

Dichos modelos están sometidos a incertidumbres, debido a las simplificaciones que contienen respecto del comportamiento real. Evidentemente, cuanto mas sofisticado sea el modelo de cálculo,

las incertidumbres serán menores. La forma mas común de introducirlas en el modelo de cálculo es (JCSS, 2001):

$$Y = \theta_1 f(X_1 \dots X_n)$$

donde,

- Y respuesta de la estructura
- $f(.)$ función que representa el modelo de cálculo
- θ_i son las variables aleatorias que recogen las incertidumbres del modelo y cuya modelización probabilística se adjunta en la tabla 10.
- X_i son las variables aleatorias que representan las acciones y las propiedades de la estructura.

Model type	Distr	mean	CoV	correlation
load effect calculation				
moments in frames	LN	1.0	0.1	
axial forces in frames	LN	1.0	0.05	
shear forces in frames	LN	1.0	0.1	
moments in plates	LN	1.0	0.2	
forces in plates	LN	1.0	0.1	
stresses in 2D solids	N	0.0	0.05	
stresses in 3D solids	N	0.0	0.05	
resistance models steel (static)				
bending moment capacity ⁽¹⁾	LN	1.0	0.05	
shear capacity	LN	1.0	0.05	
welded connectio capacity	LN	1.15	0.15	
bolted connection capacity	LN	1.25	0.15	
resistance models concrete (static)				
bending moment capacity ⁽¹⁾	LN	1.2	0.15	
backlink	LN	1.4	0.25	
shear capacity	LN	1.0	0.1	
connection capacity				

Tabla 10. Modelización probabilística recomendada para Incertidumbres del Modelo. (JCSS, 2001)

5. Valores admisibles de la Probabilidad de Fallo

La determinación del máximo valor admisible de la probabilidad de fallo $p_{f,adm}$ (o en su caso el mínimo valor del índice de fiabilidad admisible β_{adm} o β_f), es decir, el valor que determina si un elemento estructural se considera o no suficientemente fiable, no es únicamente un problema técnico, sino también social o político. En general deben tener en cuenta los siguientes aspectos: Tipo de daño potencial: vidas humanas, económicos, socio-culturales (patrimonio) y medioambientales, Vida útil de diseño de la estructura, Nivel de exposición de la personas al riesgo (edificios públicos, puentes, etc.) y Nivel de aviso del fallo, desde el punto de vista de la evacuación de las personas (ej. fallo dúctil frente a fallo frágil).

Los valores admisibles de la probabilidad de fallo que adoptan la mayor parte de las normativas de proyecto de nuevas estructuras oscilan entre 10^{-4} y 10^{-5} para la vida útil de la estructura, lo que equivale a Índices de fiabilidad β_{adm} entre 3,5 y 5 (Nowak, 1993).

A la hora de evaluar una estructura, la decisión del valor de la β_{adm} aceptable se puede plantear desde diversos enfoques (Tanner, 2000): Comparación con un valor definido, Comparación con estructuras existentes y Optimización.

5.1. Comparación con un valor definido.

En función del grado de análisis e información con el que realicemos el análisis probabilista, el valor de la probabilidad de fallo puede ser uno u otro. Por ello la comparación con un valor definido de la $p_{f,adm}$ es simplemente comparativo.

Los valores del índice de fiabilidad propuestos en la bibliografía científica se refieren habitualmente a un periodo de referencia determinado, normalmente un año. La relación entre los valores de β para periodos de referencia t_1 y t_2 se puede obtener de forma aproximada con la expresión:

$$p_{f,t_2} = \Phi(-\beta_{t_2}) = \Phi(-\beta_{t_1}) \frac{t_2}{t_1}$$

Las recomendaciones del JCSS (JCSS, 2001) basados en un análisis del β_{adm} considerándolo como un parámetro sujeto a la optimización tras un análisis coste-beneficio en el caso de los E.L.U. (riesgo de pérdida de vidas humanas), para las situaciones mas habituales de diseño son los siguientes:

Coste relativo de las medidas de seguridad	Consecuencia del fallo pequeña $\rho < 2$	Consecuencia del fallo moderada $2 < \rho < 5$	Consecuencia del fallo grande $5 < \rho < 10$	E.L.S. Irreversible
Grande (A)	$\beta=3.1$ ($p_f=10^{-3}$)	$\beta=3.3$ ($p_f=10^{-4}$)	$\beta=3.7$ ($p_f=10^{-4}$)	$\beta=1.3$ ($p_f=10^{-1}$)
Normal (B)	$\beta=3.7$ ($p_f=10^{-4}$)	$\beta=4.2$ ($p_f=10^{-5}$)	$\beta=4.4$ ($p_f=5 \cdot 10^{-6}$)	$\beta=1.7$ ($p_f=5 \cdot 10^{-2}$)
Pequeño (C)	$\beta=4.2$ ($p_f=10^{-5}$)	$\beta=4.4$ ($p_f=5 \cdot 10^{-6}$)	$\beta=4.7$ ($p_f=10^{-6}$)	$\beta=2.3$ ($p_f=10^{-2}$)

Tabla 11. Propuesta de valores de Índice de Fiabilidad admisible β_i [p_{fadm}] para E.L.U. y un año de periodo de referencia. (JCSS, 2001)

donde ρ es el ratio que define el tipo de consecuencia, definido como la relación entre los costes totales (costes de construcción mas costes directos del fallo) y los costes de la construcción. Para $\rho < 2$ se considera que el riesgo de pérdida de vidas humanas y consecuencias económicas es bajo en caso de fallo (estructuras agrícolas, silos, etc.). Para $2 < \rho < 5$ se considera que el riesgo de pérdida de vidas humanas y consecuencias económicas es medio (edificios de oficinas, industriales y residenciales). Para $5 < \rho < 10$ se considera que el riesgo de pérdida de vidas humanas es alto y las consecuencias económicas son muy significantes (hospitales, teatros, puentes, edificios altos, etc.).

La consecuencia del fallo también depende del tipo de fallo (dúctil con reserva de resistencia, dúctil sin reserva y frágil), por lo que elementos estructurales que fallen sin aviso serán diseñados para un nivel de fiabilidad mas restrictivo.

Respecto al coste relativo de las medidas de seguridad, en la clase Normal (B) se incluyen los casos en los que las variaciones medias de los valores de las cargas y resistencias están entre $0.1 < V_{Xi} < 0.3$ (siendo V el coeficiente de variación), una vida útil normal ($T=50$ años) y un ratio de envejecimiento normal (valor frente a los costes de construcción de alrededor del 3%).

Valores superiores o inferiores a la clase Normal (B) llevan a la inclusión en la clase (C) o (A) respectivamente. Para estructuras existentes el nivel suele ser bajo debido al alto coste que representa aumentar su fiabilidad frente a las estructuras en proceso de diseño.

Otra propuesta de valores del índice de fiabilidad admisible β_i y su correspondiente p_{adm} se lista en la tabla 12 (Diamantidis, 1999, 2001), para diferentes consecuencias de fallo (en el caso de ELU) y el coste relativo de las medidas de seguridad:

Relative costs of safety measures	SLS (irreversible)	ULS - Consequences of failure		
		some	moderate	great
high	1.0 [0.2]	2.8 [3 10^{-3}]	3.3 [5 10^{-4}]	3.8 [7 10^{-5}]
moderate	1.5 [7 10^{-2}]	3.3 [5 10^{-4}]	3.8 [7 10^{-5}]	4.3 [8 10^{-6}]
low	2.0 [2 10^{-2}]	3.8 [7 10^{-5}]	4.3 [8 10^{-6}]	4.8 [8 10^{-7}]

Tabla 12. Propuesta de valores de Índice de Fiabilidad admisible β_i [$p_{fadm,i}$].(Diamantidis, 1999, 2001)

5.2. Comparación con estructuras existentes.

Consiste en la calibración de la $p_{f,adm}$ con la práctica, es decir, con las Normas y Códigos en vigor, dando por supuesto que conducen a estructuras suficientemente seguras. Dado que no se conocen los parámetros estocásticos de las variables y las imprecisiones de los modelos de cálculo recogidos en estos documentos, la obtención de la $p_{f,adm}$ se realizaría con el siguiente procedimiento (Vrouwenvelder,1987): a partir del dimensionamiento de una serie de estructuras representativas con dicha Normativa, se obtendría la p_f para cada una de ellas, estimando unos parámetros estocásticos de las variables básicas e imprecisiones de los modelos de cálculo. Posteriormente se modifican las hipótesis iniciales sobre los parámetros estocásticos y se calculan nuevamente las p_f .

Repetiendo varias veces el proceso hasta que los valores de la p_f se estabilicen dentro de ciertos límites, el valor de la $p_{f,adm}$ se adopta a partir del intervalo de los resultados obtenidos.

5.3. Optimización.

La $p_{f,adm}$ puede obtenerse a partir de la optimización del coste total de la inversión. Si el coste de una inversión en infraestructura a lo largo de su periodo de servicio se puede plantear formalmente como:

$$C = C_p + C_e + C_m + C_r + p_f C_d(F)$$

donde C representa el coste total acumulado de la inversión a lo largo del periodo de servicio, C_p el coste de la etapa de planificación, C_e , coste de la ejecución, C_m , coste del mantenimiento, C_r , coste de las reparaciones incluido los derivados de las pérdidas por merma de servicio y C_d el coste esperado del daño, en caso que se produzca el fallo F .

La obtención de $p_{f,adm}$ se obtendría a partir de la minimización de la función coste anterior, en la que los cuatro primeros términos representan el coste de la seguridad y el último, el coste del riesgo.

6. Consideraciones Finales.

Los métodos semiprobabilistas presentes en las Normativas e Instrucciones nacionales presentan numerosas limitaciones a la hora de evaluar una estructura ya construida, debido a la dificultad para introducir nueva información, ya que han sido calibrados para asumir unas incertidumbres en los parámetros de diseño diferentes. Frente a ellos, el empleo de las técnicas de fiabilidad en la evaluación de estructuras existentes nos permite analizar la información actualizada procedente de la estructura, tanto a nivel respuesta como solicitaciones, por lo que constituyen una herramienta, que nos proporciona una base objetiva a la hora de tomar una decisión sobre el nivel de seguridad de una estructura existente.

7. Referencias.

Chalk P.L. and Corotis R.B., “*Probability model for design of live loads*”, ASCE Journal of Structural Division, Vol. 106, ST10, pp. 2017-2033, 1980.

Crespo, C. and Casas, J.R., “*A Comprehensive Traffic Load Model for Bridge Safety Checking*”, *Structural Safety*, Vol. 19, No. 4, 1997, pp. 339-359.

Corotis R.B. and Doshi V.A., “*Probability models for live loads survey results*”, ASCE Journal of Structural Division, Vol. 103, No. ST6, pp. 1257-1274, 1977.

Der Kiureghian A., “*Reliability analysis under stochastic loads*”, ASCE Journal of Structural Division, Vol. 106, ST2, pp. 411-429, 1980.

- Diamantidis D., “*Koordination und Entwicklung eines probabilistischen Sicherheitskonzepts für neue und bestehende Tragwerke*”, T2881, Fraunhofer IRB Verlag, 1999.
- Diamantidis D., “*Assessment of Existing Structures*”, Joint Committee of Structural Safety JCSS, Rilem Publications S.A.R.L., The publishing Company of Rilem, 159 pages, 2001.
- EC1, “*Eurocode 1: Basis of design and actions on structures - Basis of design*”, CEN, ENV 1991-1, 1994.
- Ellingwood B.R., “*Reliability-based condition assessment and LFRD for existing structures*”, Structural Safety, Vol. 18, No. 2, pp. 67-80, 1996.
- Ellingwood B.R. and Culver C., “*Analysis of live loads in office buildings*”, ASCE Journal of Structural Division, Vol. 103, ST8, pp. 1551-1560, 1977.
- Harris M.E., Corotis R.B. and Bova C.J., “*Area-Dependent processes for Structural Live Loads*”, ASCE Journal of Structural Division, Vol. 107, ST5, pp.857-872, 1981.
- Hwang, E-S. and Nowak, A.S., “*Simulation of Dynamic Load for Bridges*”, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 117, No. 5, (1991) pp. 1413-1434.
- JCSS, Joint Committee on Structural Safety: “*Probabilistic Model Code*” 12th Draft, JCSS, 2001.
- Kasperski M. and Holmes J.D., “*A consistent method to specify the design wind load*”, ICASP 8, Applications of Statistics and Probability, Melchers R.E. and Stewart M.G., Vol. 2, pp. 845-852, 1999.
- McGuire R.K. and Cornell C.A., “*Live load effects in office buildings*”, ASCE Journal of Structural Division, Vol. 100, ST7, pp. 1351-1366, 1974.
- Melchers, R.E., “*Structural reliability, analysis and prediction*”, Ellis Horwood Series in Civil Engineering, 1987.
- Naes A. and Leira B., “*Load effect combination for snow and wind loads*”, ICASP 8, Applications of Statistics and Probability, Melchers R.E. and Stewart M.G. , Vol. 2, pp. 877-884,1999.
- NBS 577, “*Development of a probability based Load Criterion for American National Standard A58: Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures*”, National Bureau of Standards, US Department of Commerce Building Science Series 978.
- NBS 110, “*Development of reliability based design criteria*”,National Bureau of Standards, US Department of Commerce Building Science Series, 1978.
- Nowak, A.S.: “*Calibration of the LFRD bridge design code*”. Proceedings of the ICOSSAR’93 Conference. Structural safety and reliability, vol.2. pp. 927-932, Austria, 1993.
- Nowak, A.S., Chan-Hee Park, Casas, J.R.: “*Reliability analysis of prestressed concrete bridge girders: comparison of Eurocode, Spanish Norma IAP and AASHTO LFRD*”. 8th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliabilit, 2000.
- Nowak, A.S. and Hong, Y-K., “*Bridge Live Load Models*”, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol.117, No. 9, (1991) pp. 2757-2767.
- Nowak, A.S., 1993, “*Live Load Model for Highway Bridges*”, Journal of Structural Safety, Vol. 13, Nos.1+2, December, pp. 53-66.
- Peir J.-C. and Cornell C.A., “*Spatial and temporal variability of live loads*”, ASCE Journal of Structural Division, vol 99, no ST5, pp.903-922, 1973.
- Schueremans, L., Van Gemert, D.: “*Predicting masonry properties from component properties using probabilistic techniques*”. The Fifth International Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, April 2001.

Schueremans L. and Van Gemert D., "A probabilistic model for reliability evaluation of historical masonry", 4th International Colloquium Materials Science and Restoration, Ostfildern, 1996, pp.703-715.

Simiu E. and Filliben J. J., "Weibull distributions and extreme wind speeds", ASCE Journal of Structural Divisions, Vol. 106, ST12, pp. 2365-2374, 1980.

Simiu E., Bietry J. and Filliben J. J., "Sampling errors in estimation of extreme winds", ASCE. Journal of Structural Divisions, Vol. 104, ST3, pp. 491-501, 1978.

Tanner, P: "¿Que es suficientemente seguro?". Jornadas sobre Técnicas Avanzadas de Evaluación Estructural, Rehabilitación y Refuerzo de Estructuras, IECA Levante, Murcia, 2000

Vrouwenvelder, A.C.W.M. and Siemes, A.J.M.: "Probabilistic calibration procedures for the derivation of partial safety factors for the Netherlands Building Code". Heron, Vol.32, n°4, Stevin laboratory of the Faculty of Civil Engineering, Delft University of Technology, Delft, NL, 1987.

8. Bibliografía Extendida.

Ang, A. H-S., and Tang, W.H., "Probability Concepts in Engineering Planning and Design," Volume II: Decision, Risk, and Reliability, John Wiley, 1984.

Ayyub, B. M. (editor), "Uncertainty Modeling and Analysis in Civil Engineering," CRC Press, 1997, 528 pp.

Ayyub, B. M., and McCuen, R. H., "Probability, Statistics, and Reliability for Engineers," CRC Press, Boca Raton, 1997, 514 p.

Ayyub, B. M., and McCuen, R. H., "Solution Manual for Probability, Statistics, and Reliability for Engineers," 1997.

Barlow, R.E., Fussell, J.B., and Singpurwalla, N.D., (editors), "Reliability and Fault Tree Analysis," SIAM, 1975.

Barnes, J.W., "Statistical Analysis for Engineers and Scientists", McGraw-Hill, New York, 1994. ISBN 0-07-839608-5.

Beasley, M., "Reliability for Engineers: An Introduction," Macmillan, London, 1981.

Benjamin, J. R., and Cornell, C. A., "Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers," Prentice Hall, New York, 1970.

Billinton, R., "Reliability Evaluation of Engineering Systems: Concepts and Techniques," Plenum Press, New York, 1983 and 1992..

Calabro, S.R., "Reliability Principles and Practices," McGraw Hill, New York, 1962.

Casciati, F., "Mathematical Models for Structural Reliability Analysis," CRC Press, Boca Raton, July 1996, 384 p.

Catuneanu, V.M., "Reliability Fundamentals," Elsevier, New York, 1989.

Chorafas, D.N., "Statistical Processes and Reliability Engineering," Van Nostrand, Princeton, 1960.

Cox, S.J., "Reliability, Safety, and Risk Management: An Integrated Approach," Butterworth-Heinemann, 1991.

Dai, S-H., "Reliability Analysis in Engineering Applications," Van Nostrand Reinhold, New York, June 1992, 448 p.

Ditlevson, O., "Structural Reliability Methods," John Wiley & Sons, New York, June 1996.

- Gumbel, E., "Statistics of Extremes", Columbia University Press, New York, 1958.
- Haldar, A. and Mahadevan, S., "Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design," John Wiley & Sons, New York 2000.
- Haldar, A. and Mahadevan, S., "Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis", John Wiley & Sons, New York 2000.
- Harr, M.E., "Reliability-Based Design in Civil Engineering," McGraw-Hill, New York, 1987.
- Hart, Gary C., "Uncertainty Analysis of Loads and Safety in Structural Engineering," Prentice Hall, Englewood Cliffs, March 1982, 240 p.
- Henley, E.J., "Reliability Engineering and Risk Assessment," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1981.
- Hoel, P.G., Sidney, C.P., and Stone, C.J., "Introduction to Probability Theory," Houghton Mifflin Company, Boston, 1971.
- Kapur, K.C., "Reliability in Engineering Design," John Wiley, New York, 1977.
- Leemis, L.M., "Reliability: Probabilistic Models and Statistical Methods," Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1995.
- Leitch, R. D., "Reliability Analysis for Engineers, an Introduction," Oxford University Press, New York, July 1995, 248 p.
- Litle, W.A., "Reliability of Shell Buckling Predictions," MIT Press, 1964.
- Lloyd, M., Lipow, M., "Reliability, Management, Methods, and Mathematics," 1982.
- Lucia, A. C., "Advances in Structural Reliability," Kluwer Academic Publishers, Norwell, March 1987.
- Lutes, L. D., Sarkani, S., "Stochastic Analysis of Structural and Mechanical Vibrations," Prentice Hall, New Jersey, 1997.
- Madsen, H. O., "Methods of Structural Safety," Prentice Hall, Englewood Cliffs, October 1985, 336 p.
- Madsen, H. O., Krenk, S., and Lind, N.C., "Methods of Structural Safety," Prentice Hall, New York, 1986.
- Marek, P., "Simulation-Based Reliability Assessment for Structural Engineers," CRC Press, Boca Raton, October 1995, 372 p.
- McCormick, N.J., "Reliability and Risk Analysis : Methods and Nuclear Power Applications," Academic Press, New York, 1981.
- Melchers, R. E., "Structural Reliability Analysis and Prediction," Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987.
- Misra, K. B., "Reliability Analysis and Prediction, A Methodology Oriented Treatment," Elsevier Science, New York, July 1992, 890 p.
- Modarres, M., "What every engineer should know about Reliability and Risk Analysis," M. Dekker, New York, 1993.
- Nowak, A.S., (editor), "Modeling Human Error in Structural Design and Construction," ASCE, 1986.
- Nowak, A.S., and Collins, K.R., "Reliability of Structures", McGraw-Hill, New York, 2000.
- Papoulis, A., "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes," McGraw-Hill, New York, 1965.

- Pugsley, A.G., "The Safety of Structures," E. Arnold Publ. Ltd., London, 1966.
- Rackwitz, R., "Reliability and Optimization of Structural Systems," Chapman and Hall, New York, June 1995, 324 p.
- Rao, S.S., "Reliability-Based Design," McGraw-Hill, New York, 1992.
- Rubinstein, R.Y., "Simulation and the Monte Carlo Method," John Wiley, New York, 1981.
- Schlaifer, R., "Analysis of Decisions Under Uncertainty," McGraw-Hill, New York, 1969.
- Schneider, J., "Introduction to Safety and Reliability of Structures," International Association of Bridge and Structural Engineering, Structural Engineering Document #5.
- Shoorman, M.L., "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach," McGraw-Hill, New York, 1968.
- Sinha, S.K., "Reliability and Life Testing," New York, Wiley, 1986.
- Smith, D.J., "Reliability, Maintainability, and Risk: Practical Methods for Engineers," 4th edition, Butterworth-Heinemann, Boston, 1993.
- Spencer, B.F., "Reliability of Randomly Excited Hysteretic Structures," Springer-Verlag, New York, 1986.
- Thoft-Christensen, P., "Application of Structural Systems Reliability Theory," Springer-Verlag, New York, June 1986, 350 p.
- Thoft-Christensen, P., "Reliability & Optimization of Structural Systems," Springer-Verlag, New York, December 1987, 474 p.
- Thoft-Christensen, P., "Reliability Theory and Its Application in Structures and Soil Mechanics," Kluwer Academic Publishers, Norwell, June 1983.
- Thoft-Christensen, P., and Baker, M. J., "Structural Reliability Theory and Its Applications," Springer-Verlag, July 1982, 267 p.
- Tichy, M., "Applied Methods of Structural Reliability," Kluwer Academic Publishers, Norwell, July 1993. 416 p.
- Wittmann, F. H., "Structural Reliability and Probabilistic Safety Assessment," Ashgate Publishing Co., Brookfield, January 1987, 498 p.